

MATEMATICA

Docente: Bruno Revel

Classe V C

Anno Scolastico 2015-16

PROGRAMMA SVOLTO

- *Unità 1 – Funzioni: Complementi e richiami*

Generalità sulle funzioni: definizione, proprietà, classificazione delle funzioni reali di variabile reale, dominio e codominio, funzioni iniettive, suriettive e biiettive, concetto di funzione composta e di funzione inversa. Funzioni pari, dispari, periodiche. Richiami sulle trasformazioni del piano e loro applicazione allo studio dei grafici per via elementare. Risoluzione grafica di equazioni e disequazioni. Intervalli e intorno; estremi superiore e inferiore, massimo assoluto, minimo assoluto e punti di accumulazione di un sottoinsieme di \mathbb{R} .

- *Unità 2 - Limiti di funzioni*

Definizione di limite finito e infinito. Limite destro e limite sinistro. Teoremi generali sui limiti: unicità, permanenza del segno, confronto; limite di una costante, del valore assoluto, della somma algebrica, del prodotto di una costante per una funzione, del prodotto di due funzioni, limite del reciproco, del quoziente e della potenza di funzioni. Calcolo di limiti immediati e di alcuni limiti che danno origine a forme indeterminate (funzioni razionali fratte). Continuità di una funzione in un punto e in un intervallo; continuità delle funzioni elementari, continuità della somma, del prodotto, del quoziente di funzioni, della funzione composta e della funzione inversa. Limiti notevoli: i due

limiti fondamentali $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ e le loro conseguenze. Classificazione dei punti

di discontinuità. Teoremi sulle funzioni continue in un intervallo chiuso (esistenza degli zeri, Weierstrass, dei valori intermedi). Metodo dicotomico per la ricerca degli zeri di una funzione continua. Applicazione dei limiti allo studio del comportamento di una funzione agli estremi degli intervalli di continuità: punti limite, asintoti verticali e orizzontali, regola per la determinazione degli asintoti obliqui; grafico probabile di una funzione.

- *Unità 3 - Derivate*

Definizione di derivata in un punto e di funzione derivata; derivate destra e sinistra. Significato geometrico e fisico della derivata in un punto. Equazione della retta tangente al grafico di una funzione derivabile in un suo punto. Continuità e derivabilità. Derivate delle funzioni elementari. Derivata della somma, del prodotto, del reciproco e del quoziente di funzioni. Derivata della funzione composta e della funzione inversa; derivata della funzione $[f(x)]^{g(x)}$ e derivate delle funzioni goniometriche inverse. Derivate successive. Teoremi di Rolle, Cauchy, Lagrange (e suoi corollari) e De l'Hôpital. Applicazione delle derivate allo studio di funzione: relazione tra il segno della derivata prima e la monotonia di una funzione.

- *Unità 4 - Studio di funzione*

Massimi e minimi relativi: definizione, teorema sui massimi e minimi di una funzione derivabile, regola per la loro ricerca. Analisi dei punti critici non stazionari: punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Concavità e flessi: definizione di concavità verso l'alto e verso il basso, relazione tra derivata seconda e concavità di una funzione, definizione di punto di flesso, teorema e regole per la determinazione dei flessi, tangenti inflessionali. Studio del grafico di una funzione algebrica o

trascendente. Richiami sulla risoluzione grafica di equazioni. Risoluzione numerica di equazioni col metodo delle tangenti di Newton.

- *Unità 5 - Calcolo integrale*

Integrale indefinito e sue proprietà. Integrali fondamentali. Integrazione per decomposizione, per parti e per sostituzione; integrali di funzioni razionali fratte. Area del trapezoide e integrale definito. Proprietà dell'integrale definito, Teorema della media e valor medio di una funzione. Funzione integrale, Teorema di Torricelli-Barrow, formula fondamentale del calcolo integrale di Newton-Leibniz. Applicazione degli integrali definiti al calcolo di aree piane e di volumi. Integrazione numerica (metodo dei rettangoli e metodo dei trapezi). Integrali impropri.

- *Unità 6 – Equazioni differenziali*

Concetto di equazione differenziale e sua utilizzazione per la descrizione e modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura. Equazioni differenziali del primo ordine e secondo ordine che si risolvono mediante integrazioni elementari. Equazioni del primo ordine a variabili separabili. Equazioni del primo ordine lineari. Equazioni lineari del secondo ordine omogenee.

N.B.: ciò che è sottolineato è stato dimostrato

Testi adottati:

Bergamini-Trifone-Barozzi, “Manuale blu 2.0 di matematica” volumi 4 e 5 – Zanichelli